

中继编码协作系统等效点对点传输模型的研究

张秋霞^{1,2}, 仰枫帆^{1,2}, 张顺外^{1,2}, 罗琳^{1,2}

(1.南京航空航天大学 电子信息工程学院, 江苏 南京 210016; 2.东南大学 信息科学与工程学院, 江苏 南京 210096)

摘要:研究了 LDPC 编码中继协作通信系统及其编码协作系统目的点译码器基于双层 Tanner 图的 LDPC 联合迭代译码算法,通过在目的点接收机引入算术/几何平均信噪比的概念,将中继编码协作系统转换成等效的易于分析的点对点传输模型,利用点对点传输中的原理研究较复杂编码中继协作系统的性能。理论分析和模拟结果表明,在相同的条件下 LDPC 中继编码协作系统及其等效点对点编码传输系统的性能非常接近,从而证实了本文所提出的等效点对点传输模型的合理性,以及基于双层 Tanner 图的 LDPC 联合迭代译码算法的有效性。

关键词: 中继协作; LDPC 码; 双层 Tanner 图; 联合迭代译码; 算术和几何平均信噪比

中图分类号: TN910; TN911

文献标识码: A

文章编号: 1000-436X(2012)12-0100-08

Study of equivalent point-to-point transmission model for coded relay cooperations

ZHANG Qiu-xia^{1,2}, YANG Feng-fan^{1,2}, ZHANG Shun-wai^{1,2}, LUO Lin^{1,2}

(1. College of Electronic and Information Engineering, Nanjing University of Aeronautics and Astronautics, Nanjing 210016, China;

2. College of Information Science and Engineering, Southeast University, Nanjing 210096, China)

Abstract: LDPC-coded relay cooperation and its joint iterative decoding based on the bi-layer Tanner graph were investigated. The coded relay cooperation became an equivalent and relatively simple point-to-point transmission model by introducing the notation of average arithmetic/geometric SNR for the receiver in the destination, which could be employed to perform the further study on more complex coded relay cooperations. Both LDPC-coded relay cooperation and its equivalent point-to-point model have almost the same performance by theoretical analysis and numerical simulation, which proves the validity of the introduced equivalent model and the joint iterative decoding based on bi-layer Tanner graph.

Key words: relay cooperation; low density parity check code; bi-layer Tanner graph; joint iterative decoding; arithmetic and geometric average signal-to-noise ratio

1 引言

近年来协作通信^[1~5]作为一种新颖的分集技术,通过在发射端和接收端之间设置单个或多个中继节点使得单天线移动终端可以以一定的方式实现多天线所具有的分集增益,从而获得一个具有分

集增益的类似于多输入多输出(MIMO)无线通信系统。编码协作^[6~11]将信道编码应用于协作通信系统中,高效信道编码技术与协作技术相结合以同时获得编码增益和分集增益,有效地克服信道噪声、干扰和衰落所造成的性能下降。将各种新型高效信道编码应用于中继协作通信中,设计出性能优异的编

收稿日期: 2011-04-12; 修回日期: 2011-09-01

基金项目: 航空电子系统综合技术重点实验室和航空科学基金资助项目(20105552)

Foundation Item: The Science and Technology on Avionics Integration Laboratory and The National Aeronautical Science Foundation of China (20105552)

码中继协作系统是一项兼具学术价值和前景的研究课题。

低密度奇偶校验码(LDPC)码^[12]是一种性能优良的线性分组码,利用迭代置信传播(BP)译码算法可以获得十分接近 Shannon 极限的误码性能。目前国际学术和工程界竞相研究和探索如何在不增加系统带宽和发射功率的前提下,设计适用于中继协作系统的低译码复杂度 LDPC 码这一课题^[13-15]。文献[6]给出了适用于单中继信道下编码协作的 LDPC 码及其高效译码算法,文献[9]进一步给出了基于局部因子图(partial factor graph)的 LDPC 码的具体设计方法,但该 LDPC 码的构造和编码实现复杂度较高,且该编码协作系统中中继节点仅完成译码/检测转发的功能,目的节点由于接收码字结构的限制也不再适用 BP 算法进行迭代译码。

本文提出的 LDPC 编码协作系统很好地利用了 LDPC 码的固有特性,目的点接收机采用基于 BP 算法的联合迭代译码。通过在目的点接收机中引入平均信噪比概念,得到中继信道下 LDPC 编码协作系统所对应的点对点传输模型。理论分析和数值模拟均证实:在目的点接收来自中继节点和源节点信号信噪比相近条件下,编码中继协作系统与其对应的点对点系统的误码性能基本一致。编码中继协作系统的编码设计和优化问题可转化为点对点传输下的对应问题,并可充分利用点对点信道下大量已有的分析方法和结论。本文所提出的等效方法为探求协作系统中的编码构造和优化问题提供了一个简明实用的新方法。

2 LDPC 编码中继协作通信系统

2.1 编码中继协作系统基本模型

一个 LDPC 编码中继协作系统如图 1 所示。源节点 S 中的 LDPC 编码器(编码器 I)将信息比特编码生成的码字经 BPSK 调制后通过广播信道分别传送至中继点 R 和目的点 D。中继点译码器(译码器 I)对受到噪声干扰的接收序列进行译码并得到估计码字,同时中继点 LDPC 编码器(编码器 II)对得到的估计码字再次编码,并将校验序列经过 BPSK 调制后通过中继点与目的点之间的信道传送至目的点。目的点译码器(译码器 II)对由源和中继点通过各自信道传送的接收信号进行基于 BP 算法的联合迭代译码。

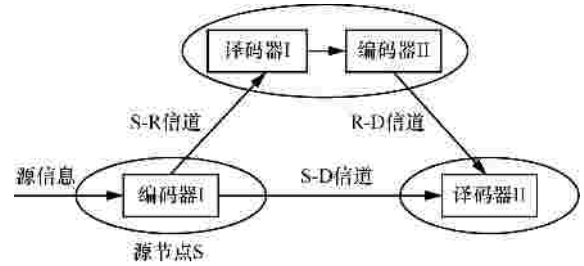


图 1 LDPC 编码中继协作系统的基本模型

2.2 中继协作系统编码方式

本文研究的中继编码协作系统为:源节点 S 使用稀疏校验矩阵为 $(H_1)_{M_1 \times N}$ 的正规 LDPC 码对长度为 $N - M_1$ 的信息序列进行编码,增加 M_1 位校验位生成码长为 N 的码字 $c_1 = (c_1, L, c_N)^T$ 。中继点 R 中的译码器 I 对源节点 S 发送的受到 S-R 信道噪声干扰的码字进行 BP 迭代译码,编码器 II 将译码器 I 的译码输出作为信息比特并用式(1)所确定的稀疏校验矩阵 H_2 对其进行编码。

$$H_2 = [A_{M_2 \times N}, B_{M_2 \times M_2}] \quad (1)$$

本文假定 $B_{M_2 \times M_2}$ 为满秩矩阵,故对 H_2 进行初等行变换和对后 M_2 列进行初等列变换可得如式(2)的等价系统校验矩阵

$$H'_2 = [A'_{M_2 \times N}, I_{M_2 \times M_2}] \quad (2)$$

编码器 II 输出的码字 $c_2 = (c_1, L, c_N, p_1, L, p_{M_2})^T$, 其中,

$$p = (p_1, L, p_{M_2})^T \quad (3)$$

为前 N 位信息比特 $c_1 = (c_1, L, c_N)$ 的 M_2 位校验比特。由于码字 c_2 中前 N 个信息比特已由源节点经 S-D 信道传送至目的点,故中继点仅须将 c_2 中的后 M_2 个校验比特传送至目的点。码字 c_1 和 c_2 的校验关系为

$$H_1 c_1 = 0, H_2 c_2 = 0 \quad (4)$$

令

$$c = \begin{bmatrix} c_1 \\ p \end{bmatrix} \quad (5)$$

可知 $c = c_2$ 为编码中继系统目的点译码器所接收的整个码字,且满足以下校验关系

$$Hc = 0 \quad (6)$$

其中, H 为整个编码协作系统的校验矩阵。

$$H = \begin{bmatrix} (H_1)_{M_1 \times N} & \mathbf{0}_{M_1 \times M_2} \\ A_{M_2 \times N} & B_{M_2 \times M_2} \end{bmatrix} \quad (7)$$

源节点和中继节点编码器 I 和编码器 II 的码率分别为

$$r_1 = (N - M_1) / N, \quad r_2 = N / (N + M_2) \quad (8)$$

对于编码协作系统目的点译码器而言, 整个编码系统的码率为

$$r = \frac{N - M_1}{N + M_2} = \frac{(N - M_1) / N}{(N + M_2) / N} = \frac{r_1}{1 / r_2} = r_1 r_2 \quad (9)$$

2.3 目的点接收码字的双层 Tanner 图表示

由式(6)和式(7)可知目的点接收码字 c 可由如图 2 所示的双层 Tanner 图表示, 图 2 中, $v_n (n=1, L, N)$ 为 H_1 和 H_2 所对应的 2 个 LDPC 码的共同变量节点, $v_n (n=N+1, L, N+M_2)$ 仅为 H_2 所对应 LDPC 码的变量节点, $c_m^{(1)} (m=1, L, M_1)$ 和 $c_m^{(2)} (m=1, L, M_2)$ 分别为 H_1 和 H_2 所对应 LDPC 码的校验节点。中继系统目的点接收码字 c 所对应的 Tanner 图具有如图 2 所示的双层结构, 图中第一层对应 H_1 所确定的 LDPC 码, 第二层对应 H_2 所确定的 LDPC 码。整个双层 Tanner 图对应由校验矩阵 H 所确定的由 2 个 LDPC 码所组成的复合 LDPC 码。

3 目的点基于双层 Tanner 图的 LDPC 联合迭代译码

由上可知编码中继系统目的点由校验矩阵 H 所确定的复合 LDPC 码的双层 Tanner 图实质仍为一等效 LDPC 码的 Tanner 图, 本文提出的联合迭代译码算法将 BP 算法应用于编码中继协作系统目的点译码器的迭代译码中。

设 $C(v_n)$ 为双层 Tanner 图结构中变量节点 $v_n (n=1, L, N+M_2)$ 相连的所有校验节点组成的集合。当 $v_n (n=1, L, N)$ 时, $C(v_n)$ 同时包含 2 个 LDPC 码所确定的校验节点, 当 $v_n (n=N+1, L, N+M_2)$ 时, $C(v_n)$ 仅包含由 H 所定义的 LDPC 码校验节点。 $v(c_{m_1}^{(1)}) (m_1=1, L, M_1)$ 和 $v(c_{m_2}^{(2)}) (m_2=1, L, M_2)$ 分别为与校验节点 $c_{m_1}^{(1)}$ 和 $c_{m_2}^{(2)}$ 相连的所有变量节点的集合。目的点收到的接收序列为 $r = (r_1, L, r_N, r_{N+1}, L, r_{N+M_2})$, 其中, (r_1, L, r_N) 和 (r_{N+1}, L, r_{N+M_2}) 分别来自 S-D 信道和 R-D 信道, 与接收序列 r 对应的复合 LDPC 码字由式(5)确定。易知

$$r_n = d_n + n_n \quad (10)$$

式中二进制 PAM 符号 $d_n = 1 - 2c_n$ 且等概率取 ± 1 , n_n 为均值为 0, 方差为 s^2 的带限高斯噪声, 并且 d_n 与 n_n 相互独立。到达目的点接收机的第 n 个接收符号的信噪比为

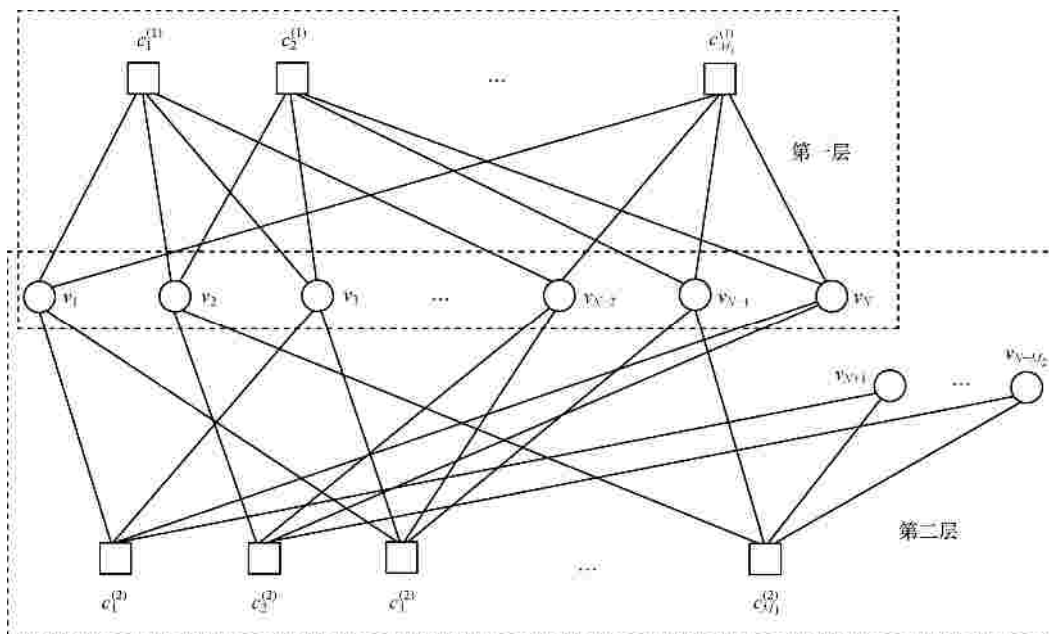


图 2 LDPC 编码中继协作系统的双层 Tanner 结构

$$SNR_n = 10 \lg(r_n E[|d_n|^2]/s^2) = 10 \lg(r_n/s^2) \quad (11)$$

其中, r_n 是第 n 个发射符号通过 S-D 和 R-D 信道到达目的点接收机时的功率衰减因子^[10,11]。

起始阶段目的点译码器仅收到来自信道的接收序列 r 而无任何校验节点产生的外信息(extrinsic information), 因此可定义如下条件概率

$$f_n = \Pr(c_n = 0 | \{r_l\}_{l=1}^{N+M_2}) \quad (12a)$$

$$\bar{f}_n = \Pr(c_n = 1 | \{r_l\}_{l=1}^{N+M_2}) = 1 - f_n \quad (12b)$$

在带限高斯噪声信道下, f_n 和 \bar{f}_n 可进一步表示为

$$\begin{aligned} f_n &= \Pr(c_n = 0 | \{r_l\}_{l=1}^{N+M_2}) \\ &= \Pr(c_n = 0 | r_n) = \frac{1}{1 + \exp[(-2r_n)/s^2]} \end{aligned} \quad (13a)$$

$$\begin{aligned} \bar{f}_n &= \Pr(c_n = 1 | \{r_l\}_{l=1}^{N+M_2}) \\ &= \Pr(c_n = 1 | r_n) = 1 - f_n = \frac{1}{1 + \exp[(2r_n)/s^2]} \end{aligned} \quad (13b)$$

在迭代译码过程中定义基于接收序列 r 和校验关系的后验概率为

$$q_{m,n}^{(i)} = \Pr(c_n = 0 | \{r_l\}_{l=1}^{N+M_2}, S(C(v_n) \setminus c_m^{(i)}) = 1) \quad (14a)$$

$$\bar{q}_{m,n}^{(i)} = \Pr(c_n = 1 | \{r_l\}_{l=1}^{N+M_2}, S(C(v_n) \setminus c_m^{(i)}) = 1) = 1 - q_{m,n}^{(i)} \quad (14b)$$

式中, $S(C(v_n) \setminus c_m^{(i)}) = 1$ 表示双层 Tanner 图中变量节点 v_n 参与的除 $c_m^{(i)}$ 外的所有校验关系均成立。基于双层 Tanner 图的 BP 迭代译码算法如下。

1) 初始化。在迭代译码的初始阶段译码器仅收到来自 S-D 和 R-D 信道的接收序列 r 故 $q_{m,n}^{(i)}$ 和 $\bar{q}_{m,n}^{(i)}$ 可初始化为 $q_{m,n}^{(i)} = f_n$ 和 $\bar{q}_{m,n}^{(i)} = \bar{f}_n$ 。

2) 水平处理。在水平处理中, 双层 Tanner 图中第 i ($i=1,2$) 层的第 m 个校验节点 $c_m^{(i)}$ 传递给变量节点 v_n 的外信息 $r_{m,n}^{(i)}$ ^[12,13] 为

$$\begin{aligned} r_{m,n}^{(i)} &= \frac{\Pr(S(\{c_m^{(i)}\}) = 1 | c_n = 0, \{r_l\}_{l=1}^{N+M_2})}{\Pr(S(\{c_m^{(i)}\}) = 1 | c_n = 1, \{r_l\}_{l=1}^{N+M_2})} \\ &= \frac{1 + D_m^{(i)} / (q_{m,n}^{(i)} - \bar{q}_{m,n}^{(i)})}{1 - D_m^{(i)} / (q_{m,n}^{(i)} - \bar{q}_{m,n}^{(i)})} \end{aligned} \quad (15a)$$

上式中

$$D_m^{(i)} = \prod_{v_n \in V(c_m^{(i)})} (q_{m,n}^{(i)} - \bar{q}_{m,n}^{(i)}) \quad (15b)$$

分别更新双层 Tanner 图中第 i 层 ($i=1,2$) 中由

校验节点传递给变量节点 v_n 的外信息。

3) 垂直处理。在垂直处理中, 双层 Tanner 图中第 n 个变量节点 v_n 传递给第一层 Tanner 图中第 m 个校验节点 $c_m^{(1)}$ 的外信息分别为 $q_{m,n}^{(1)}$ 和 $\bar{q}_{m,n}^{(1)}$, 由文献[12,13]可得

$$\begin{aligned} s_{m,n}^{(1)} &= \frac{\Pr(c_n = 0 | \{r_l\}_{l=1}^{N+M_2}, S(C(v_n) \setminus c_m^{(1)}) = 1)}{\Pr(c_n = 1 | \{r_l\}_{l=1}^{N+M_2}, S(C(v_n) \setminus c_m^{(1)}) = 1)} \\ &= \frac{f_n}{\bar{f}_n} \times \prod_{c_k^{(1)} \in C(v_n) \setminus c_m^{(1)}} r_{k,n}^{(1)} \times \prod_{c_l^{(2)} \in C(v_n)} r_{l,n}^{(2)} = \frac{q_{m,n}^{(1)}}{\bar{q}_{m,n}^{(1)}} \end{aligned} \quad (16)$$

因此, 外信息 ($q_{m,n}^{(1)}, \bar{q}_{m,n}^{(1)}$) 可更新为

$$q_{m,n}^{(1)} = s_{m,n}^{(1)} / (1 + s_{m,n}^{(1)}), \quad \bar{q}_{m,n}^{(1)} = 1 - q_{m,n}^{(1)} = 1 / (1 + s_{m,n}^{(1)}) \quad (17)$$

同理 v_n 传递给第二层 Tanner 图中的校验节点 $c_m^{(2)}$ 的外信息为 $q_{m,n}^{(2)}$ 和 $\bar{q}_{m,n}^{(2)}$ 。由文献[11]可得

$$\begin{aligned} s_{m,n}^{(2)} &= \frac{\Pr(c_n = 0 | \{r_l\}_{l=1}^{N+M_2}, S(C(v_n) \setminus c_m^{(2)}) = 1)}{\Pr(c_n = 1 | \{r_l\}_{l=1}^{N+M_2}, S(C(v_n) \setminus c_m^{(2)}) = 1)} \\ &= \frac{f_n}{\bar{f}_n} \times \prod_{c_k^{(1)} \in C(v_n)} r_{k,n}^{(1)} \times \prod_{c_l^{(2)} \in C(v_n) \setminus c_m^{(2)}} r_{l,n}^{(2)} = \frac{q_{m,n}^{(2)}}{\bar{q}_{m,n}^{(2)}} \end{aligned} \quad (18)$$

因此, 外信息 ($q_{m,n}^{(2)}, \bar{q}_{m,n}^{(2)}$) 可更新为

$$q_{m,n}^{(2)} = s_{m,n}^{(2)} / (1 + s_{m,n}^{(2)}), \quad \bar{q}_{m,n}^{(2)} = 1 - q_{m,n}^{(2)} = 1 / (1 + s_{m,n}^{(2)}) \quad (19)$$

4) 译码判决。重复步骤译码 2) 和 3) 直至达到最大迭代次数, 译码器依以下后验概率

$$\begin{aligned} R_n &= \frac{\Pr(c_n = 0 | \{r_l\}_{l=1}^{N+M_2}, S(C(v_n)) = 1)}{\Pr(c_n = 1 | \{r_l\}_{l=1}^{N+M_2}, S(C(v_n)) = 1)} \\ &= \frac{f_n}{\bar{f}_n} \times \prod_{i=1}^2 \prod_{c_m^{(i)} \in C(v_n)} r_{m,n}^{(i)}, \quad (n=1, L, N+M_2) \end{aligned} \quad (20)$$

进行译码判决并输出

$$\hat{c}_n = \begin{cases} 0 & R_n \geq 1 \\ 1 & R_n < 1 \end{cases} \quad (n=1, L, N+M_2) \quad (21)$$

4 中继编码协作系统的等效点对点传输模型

本节将引入目的点接收信号平均信噪比的概念, 通过平均信噪比将中继协作系统等效于点对点传输系统, 通过对点对点编码系统的研究即可获得编码中继协作系统的性能。

4.1 中继信道的理想协作模型

图 3 为目的点接收信号具有不同信噪比的单中继理想协作系统的简化模型。在理想协作中, 源点

与中继点之间为无噪信道。考虑到中继点与目的点距离较源点与目的点距离小,故假设发射信号通过 R-D 信道的功率衰减略小于通过 S-D 信道的功率衰减。若两者相差悬殊^[5,6],中继协作系统可近似等效为源或中继至目的点的点对点系统。



图 3 理想编码中继协作系统的基本模型

在点对点传输中接收机收到的接收序列是由同一源点经同一有噪信道传送至目的点的,故所有接收符号具有相同信噪比。在中继协作通信中,源节点同时发送 N 比特至目的节点和中继节点,中继节点又将 M_2 个校验比特传送至目的节点。接收机收到的接收序列是由源节点经 S-D 信道和中继节点经 R-D 信道传送至目的点的。由于 S-D 和 R-D 信道具有不同的信号功率衰减因子 r_n ,因此目的点接收机所收到的前 N 个和后 M_2 个接收符号具有不同的信噪比。为了将中继协作系统转化成更易于分析的点对点系统,笔者期望对目的点所有具有不同信噪比的 $N + M_2$ 个接收符号定义单一的信噪比,即下节所涉及的算术和几何平均信噪比概念。

4.2 平均信噪比和中继协作系统等效点对点传输模型

算术平均信噪比。若源节点发送的符号通过 S-D 信道到达目的点接收机时的信噪比为 SNR_{S-D} (dB), 中继点传输的符号通过 R-D 信道到达目的点接收机时的信噪比为 SNR_{R-D} (dB)。定义中继协作系统目的点接收符号的平均信噪比 (dB) 为

$$\overline{SNR}_A = \frac{N}{N + M_2} SNR_{S-D} + \frac{M_2}{N + M_2} SNR_{R-D} \quad (\text{dB}) \quad (22)$$

即目的点接收到的所有符号信噪比的算术平均值。

几何平均信噪比。若 SNR'_{S-D} 为以 dB 为单位的信噪比 SNR_{S-D} 的绝对数值, SNR'_{R-D} 为以分贝为单位的信噪比 SNR_{R-D} 的绝对数值, 即

$$SNR_{S-D} = 10 \lg(SNR'_{S-D}), \quad SNR_{R-D} = 10 \lg(SNR'_{R-D}) \quad (23)$$

定义中继协作系统目的点接收符号的几何平均信噪比为

$$\overline{SNR}_G = \left[(SNR'_{S-D})^N (SNR'_{R-D})^{M_2} \right]^{1/(N+M_2)} \quad (24)$$

算术和几何平均信噪比的关系。上述几何平均信噪比的分贝度量为

$$\begin{aligned} 10 \lg \overline{SNR}_G &= \frac{N}{N + M_2} (10 \lg SNR'_{S-D}) + \\ &\quad \frac{M_2}{N + M_2} (10 \lg SNR'_{R-D}) \\ &= \frac{N}{N + M_2} SNR_{S-D} + \frac{M_2}{N + M_2} SNR_{R-D} = \overline{SNR}_A \end{aligned} \quad (25)$$

由式(22)和式(25)可知算术平均信噪比是几何平均信噪比的分贝表达。故可用算术平均信噪比作为中继协作系统等效点对点传输模型的信噪比。

图 4 给出了理想中继协作系统的等效点对点传输模型。该模型将源节点和中继点发送至目的点的信息和校验比特均出自某一共同等效源点,它传送的信号到达目的点时的信噪比即为平均信噪比。就目的点而言,在理想中继协作系统和其等效点对点模型中接收到的码字是一样的,即由式(5)和式(6)所确定的校验矩阵为 H 的非正规 LDPC 码。不同之

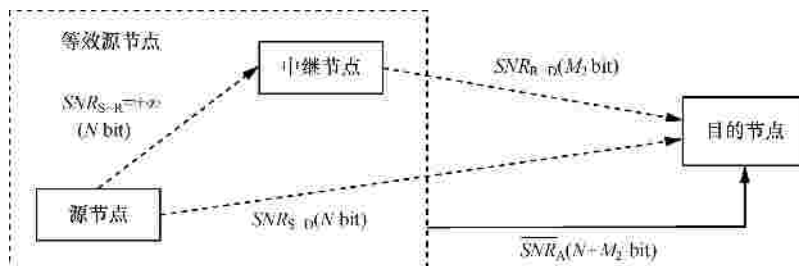


图 4 理想中继协作通信系统的等效点对点传输模型

处仅为前者源节点和中继点传送的信号到达目的点具有不同的信噪比，而等效点对点模型中每个接收符号具有相同的信噪比，即 \overline{SNR}_A 。通过引入平均信噪比，本文将单中继 LDPC 编码协作系统转化为等效点对点系统。

5 LDPC 编码中继协作系统及等效点对点传输系统的性能模拟

本节将通过数值模拟比较 LDPC 编码中继协作系统及其等效点对点系统的性能，利用等效点对点模型确定在一定码率和信道条件下中继编码协作系统的极限性能。

5.1 LDPC 编码中继协作系统与其等效点对点系统的误码性能比较

首先，源节点采用码长为 1 000 且码率为 $r_1 = 3/5$ 的正规 LDPC 码，其稀疏校验矩阵 H_1 中每一行有 5 个 1 且每一列有 2 个 1。中继点采用码长为 1 500 且码率为 $r_2 = 2/3$ 的正规 LDPC 码，其稀疏校验矩阵 H_2 中每一行有 15 个 1 且每一列有 5 个 1，整个编码中继协作系统的码率为 $r = r_1 r_2 = 2/5$ 。S-R 为理想信道且 S-D 和 R-D 为具有信号功率衰减^[10,11]的加性高斯噪声信道。由于中继点距目的点较源节点距目的点近，故本研究假定式(11)中的功率衰减因子^[10,11]满足

$$10 \lg r_n = \begin{cases} 0 \text{ dB} & n=1, L, N \\ 1 \text{ dB} & n=N+1, L, N+M_2 \end{cases} \quad (26)$$

即中继点传输信号到达目的点时的信噪比较源节点到达目的点信号的信噪比高 1dB。如果两者相差悬殊则中继协作系统可直接转化为源或中继至目的点的点对点传输系统。

由图 5 可知单中继正规 LDPC 理想编码协作系统与其等效的码率为 2/5 的点对点 LDPC 编码系统的误码性能基本相同。采用双层 Tanner 图的 BP 迭代译码算法且为 2 次和 4 次迭代译码时，两者性能差别甚微。当 6 次译码迭代且比特误码率为 10^{-4} 时，等效点对点编码系统与编码中继协作系统所需信噪比仅差 0.125dB。

其次，源节点采用与上相同的 LDPC 码，中继节点采用码长为 1 400 且码率为 $r_2 = 5/7$ 的正规 LDPC 码，其稀疏校验矩阵 H_2 中每一行有 14 个 1 且每一列有 4 个 1。整个编码中继协作系统的码率为 $r = r_1 r_2 = 3/7$ 。图 6 比较了码率为 3/7 的 LDPC

理想编码中继协作系统与其等效点对点传输系统的误码性能，得到与图 5 相似的结论，即编码中继协作系统与其等效点对点编码系统具有非常相近的误码性能。

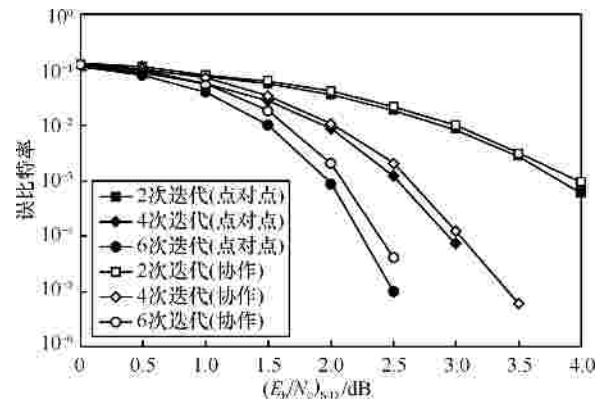


图 5 码率为 2/5 的 LDPC 编码中继协作系统与其等效点对点传输系统的性能比较

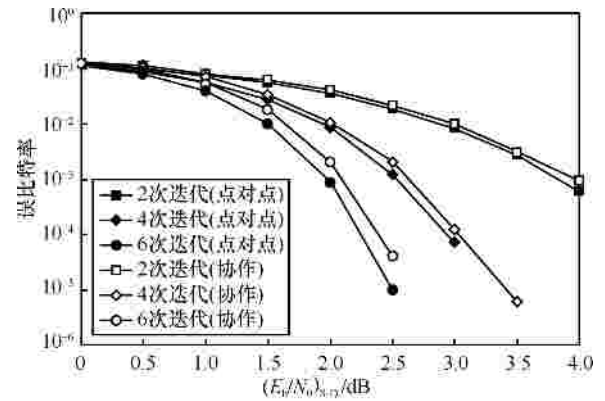


图 6 码率为 3/7 的 LDPC 编码中继协作系统与其等效点对点传输系统的性能比较

5.2 中等码长 LDPC 编码中继协作系统的误码性能与 Shannon 极限性能的差距

本节将模拟研究具有实用意义的中等码长不同码率 LDPC 编码中继协作系统的误码性能，并通过其等效点对点编码系统分析其与 Shannon 极限性能的差距，以此确定进一步提高 LDPC 编码中继协作系统性能所具有的潜力。

点对点加性高斯信道的信道容量 h 为

$$h = \text{lb}(1 + P_s / P_n) \text{ 信息比特/复符号} \quad (27)$$

其中， P_s / P_n 为每复符号的平均信噪比，比特信噪比 (E_b / N_0) 表示为 $P_s / P_n = h E_b / N_0$ 。 h 对应的实现差错传输的最小比特信噪比为 $E_b / N_0 = (2^h - 1) / h$ 。由式(24)可得平均信噪比和源点至目的点的信噪比的关系为

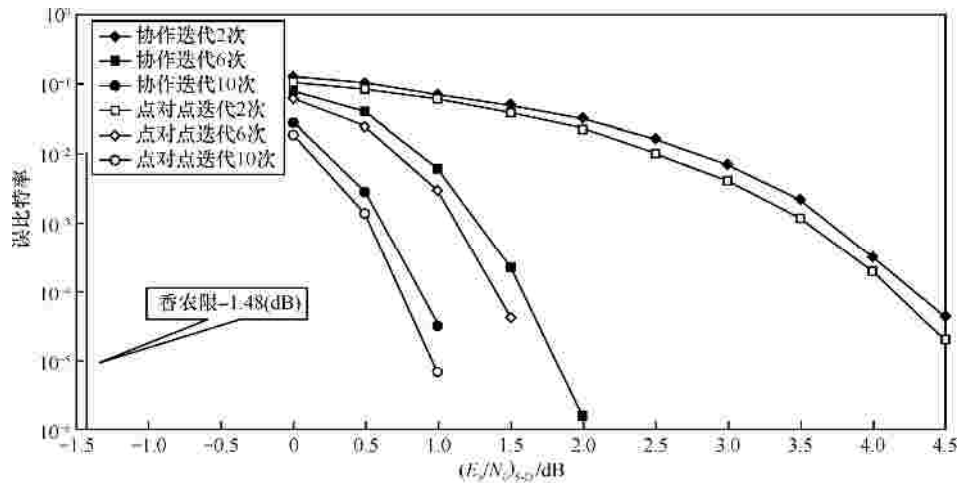


图 7 码率为 1/5 的编码中继协作系统及其等效点对点编码系统在 2、6 和 10 译码迭代下的误码性能比特

$$\frac{N}{N + M_2}(E_b / N_0)_{s-D} + \frac{M_2}{N + M_2}[(E_b / N_0)_{s-D} + 1]$$

$$= (E_b / N_0)_A \text{ (dB)} \tag{28a}$$

令 $(E_b / N_0)_A = E_b / N_0$ ，上式即为

$$(E_b / N_0)_{s-D} = \frac{(E_b / N_0)_A (N + M_2) - M_2}{N + M_2}$$

$$= E_b / N_0 - \frac{M_2}{N + M_2} \text{ (dB)} \tag{28b}$$

在数值模拟中，源节点采用码率为 $r_1 = 2/5$ 且码长为 10^4 的正规 LDPC 码，其稀疏校验矩阵 H_1 中每一行有 5 个 1 且每一列有 3 个 1。中继节点采用码率为 $r_2 = 1/2$ 且码长为 2×10^4 的正规 LDPC 码，其稀疏校验矩阵 H_2 中每一行有 10 个 1 且每一列有 5 个 1。编码协作系统总的码率为 $r = r_1 r_2 = 1/5$ ，该点对点编码系统实现无差错传输所需的最小 $E_b / N_0 = -0.98 \text{ dB}$ 。由式(28b)可得编码中继系统实现无差错传输的源点至目的点的最小 $(E_b / N_0)_{s-D} = -1.48 \text{ dB}$ 。由图 7 可知码率为 1/5 的 LDPC 编码中继系统与其等效点对点编码系统在 2、6 和 10 次译码迭代下的误比特率非常接近。在 10 次迭代译码且误比特率为 10^{-4} 时，两者信噪比仅相差 0.15 dB，与 Shannon 极限所确定的最小 $(E_b / N_0)_{s-D}$ 相差约 2.2 dB。

上述模拟可知具有实际意义的中等码长编码中继系统与 Shannon 极限存在着不可避免的性能差距，通过等效点对点传输模型可定量地确定了两者在相同低误比特率下存在的信噪比差距。该差距显示了提高编码中继协作系统性能所具有的潜力。

6 结束语

本文在中继协作通信系统目的点接收机中引入算术/几何平均信噪比概念，将中继编码协作系统转换成等效点对点传输系统，利用该等效模型研究较复杂编码中继系统的误码性能。理论分析和数值模拟表明在相同码率和信道噪声条件下 LDPC 中继编码系统与其等效点对点系统具有非常接近的误码性能，模拟结果证实了本文所引入的等效点对点模型的合理性以及基于双层 Tanner 图的 LDPC 联合迭代译码算法的有效性。

参考文献：

- [1] LANEMAN J N, TSE D N, WORNELL G W. Cooperative diversity in wireless networks: efficient protocols and outage behavior[J]. IEEE Transactions on Information Theory, 2004, 50(12):3062-3080.
- [2] EKREM E, ULUKUS S. Secrecy in cooperative relay broadcast channels[A]. IEEE International Symposium on Information Theory[C]. Toronto, Canada, 2008. 2117-2221.
- [3] JANANI M, HEDAYAT A, HUNTER T E. Coded cooperation in wireless communications: space-time transmission and iterative decoding[J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2004,52(2):362-371.
- [4] 刘星成, 叶远生. 系统 RA 码的基于 WBF 策略的改进 BP 译码算法[J]. 电子学报, 2010, 38(7):1541-1546.
LIU X C, YE Y S. Improved BP decoding algorithm based WBF scheme for systematic RA codes[J]. Acta Electronica Sinica, 2010, 38(7): 1541-1546.
- [5] 韩玉洁. 新型协同无线通信网络中多层协作处理技术的研究[D]. 南京: 东南大学, 2011.
HAN Y J. The Study of Multi-Level Cooperative Processing Techniques for Wireless Cooperation Networks[D]. Nanjing: Southeast

- University, 2011.
- [6] KHOJASTEPOUR M A, AHMED N, AAZHANG B. Code design for the relay channel and factor graph decoding[A]. 38th Asilomar Conf Sig Sys Comput[C]. Paci?c Grove, CA, USA, 2004. 2000-2004.
- [7] LI C X, YUE G S, WANG X D. LDPC code design for half-duplex cooperative relay[J]. IEEE Transactions on Wireless Communications, 2008, 7(11):4558-4567.
- [8] CANCES M, MEGHDADI V J. Optimized low density parity check codes designs for half duplex relay channels[J]. IEEE Transactions on Wireless Communications, 2009, 8(7):3390-3395.
- [9] LI C X, YUE G S, KHOJASTEPOUR M A. LDPC-coded cooperative relay systems: performance analysis and code design[J]. IEEE Transactions on Communications, 2008, 56(3):485-496.
- [10] 陈婧文, 仰枫帆. 基于非正规 LDPC 码的中继协作通信及其联合迭代译码的性能研究[J]. 电子学报, 2010, 38(7):1535-1540.
- CHEN J W, YANG F F. Study on the irregular-LDPC-based relay cooperation and performance of joint iterative decoding[J]. Acta Electronica Sinica, 2010, 38(7):1535-1540.
- [11] CHEN J W, YANG F F, LUO L, *et al.* Joint iterative decoding for simple-encoding systematic irregular-LDPC based coded cooperation in non-ideal relay channel[J]. Journal of Electronics (China), 2010, 27(3):305-315.
- [12] GALLAGER R G. Low-density parity-check codes[J]. IRE Transactions on Information Theory, 1963, 15(7):728-739.
- [13] LI Y, SONG G H, WANG L L. Design of joint network-low density parity check codes based on the EXIT charts[J]. IEEE Communications Letters, 2009, 13(8):600-602.
- [14] MACKAY D J C, NEAL R M. Near Shannon limit performance of low density parity check codes[J]. Electric Lett, 1996, 32(7):1645-1646.
- [15] KSCHISCHANG F R, FREY B J, LOELIGER H A. Factor graphs and the sum-product algorithm[J]. IEEE Transactions on Information Theory, 2001, 47(2):498-519.

作者简介：



张秋霞 (1985-), 女, 江苏苏州人, 南京航空航天大学硕士生, 主要研究方向为信息论和信道编码理论与应用。

仰枫帆 (1966-), 男, 江苏南京人, 南京航空航天大学教授、博士生导师, 主要研究方向为网络信息论和信道编码技术、无线通信中的信号处理技术和代数几何码等。

张顺外 (1987-), 男, 江西九江人, 南京航空航天大学博士生, 主要研究方向为高效信道编码和中继协作通信技术。

罗琳 (1969-), 女, 江苏南京人, 东南大学副教授, 主要研究方向为人脸识别、雷达信号处理、水声信号处理和通信中的信号处理技术等。